

## Solutions

1. a)  $slip_{FL} = 40 \text{ rpm}$                        $slip = 30 \text{ rpm}$

$$PLR = \frac{30}{40} = 75\%$$

b)  $\dot{W}_{sh} = PLR \cdot \dot{W}_{sh_{FL}} = 0.75(20 \text{ hp}) = 15 \text{ hp}$

c)

$$\tau = \frac{\dot{W}_{sh} \cdot 5252}{\text{rpm}} = \frac{15 \text{ hp} \cdot 5252}{1770 \text{ rpm}} = 44.5 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

d) D'après le graphique d'efficacité à  $PLR = 75\%$ ,  $\eta = 92\%$

$$\dot{W}_{el} = \frac{\dot{W}_{sh}}{\eta} = \frac{(15 \text{ hp})(746 \text{ W}/1 \text{ hp})}{(0.92)} = 12163 \text{ W}$$

2.

a)

$$\dot{W}_{sh} = \frac{\Delta P \cdot \dot{V}}{\eta_f} = \frac{750 \text{ Pa} \cdot 1.6 \text{ m}^3/\text{s}}{0.55} = 2182 \text{ W}$$

b)

$$\dot{W}_{el, fan} = \frac{\dot{W}_{sh}}{\eta} = \frac{2182 \text{ W}}{(0.85)} = 2567 \text{ W}$$

c)

$$\dot{Q} = \dot{W}_{el} - \dot{W}_{sh} = 2567 - 2182 \text{ W} = 385 \text{ W}$$

d)

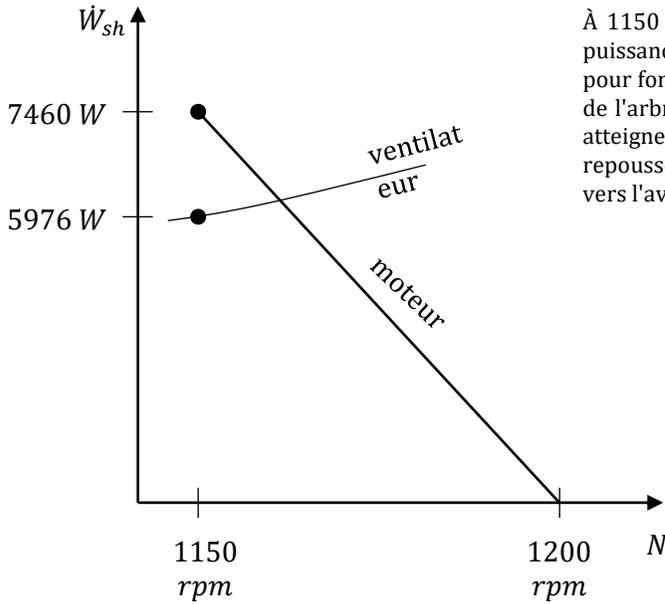
$$COP_c = \frac{\dot{Q}}{\dot{W}_{el, ac}} = \frac{20 \text{ kW}}{5.43 \text{ kW}} = 3.68$$

e)

$$\dot{W}_{el, tot} = 2.567 + 5.43 \approx 8.0 \text{ kW}$$

$$E = \dot{W}_{el, tot} \cdot \Delta t = 8 \text{ kW}(20 \text{ h}) = 160 \text{ kWh}$$

3.



À  $1150 \text{ tr/min}$ , le moteur fournit plus de puissance que le ventilateur n'en a besoin pour fonctionner régulièrement. La vitesse de l'arbre s'accélère donc jusqu'à ce qu'ils atteignent l'équilibre où le ventilateur repousse aussi fort que le moteur pousse vers l'avant.

moteur :

$$slip_{FL} = 50 \text{ rpm}$$

$$\dot{W}_{sh,FL} = 7460 \text{ W}$$

$$\dot{W}_{sh} = \frac{slip}{slip_{FL}} \cdot \dot{W}_{sh,FL} = \frac{41}{50} \cdot (7460 \text{ W}) = 6117 \text{ W} \quad (\text{at } 1159 \text{ rpm})$$

Pour les ventilateurs, appliquer les lois sur les ventilateurs :

$$N_1 = 1150 \text{ rpm} \quad \dot{W}_{sh,1} = 5976 \text{ W} \quad N_2 = 1159 \text{ rpm}$$

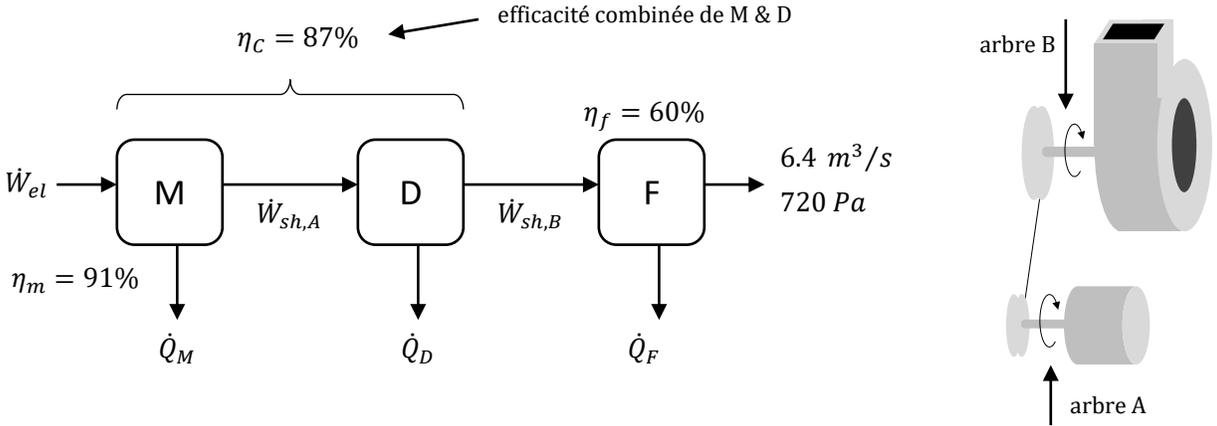
$$\dot{W}_{sh,2} = \dot{W}_{sh,1} \cdot \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^3 = (5976 \text{ W}) \cdot \left(\frac{1159}{1150}\right)^3 \approx 6117 \text{ W}$$

Par conséquent, la sortie du moteur = l'entrée du ventilateur à  $1159 \text{ tr/min}$ .

b)

$$\dot{W}_{el} = \frac{\dot{W}_{sh}}{\eta} = \frac{6117 \text{ W}}{0.9} = 6797 \text{ W}$$

4.



a)

$$\dot{W}_{el} = \frac{\Delta P \cdot \dot{V}}{\eta_c \cdot \eta_f} = \frac{(720 \text{ Pa})(6.4 \text{ m}^3/\text{s})}{(0.87)(0.60)} = \frac{4608 \text{ W}}{(0.87)(0.60)} \approx \mathbf{8828 \text{ W}}$$

b)

$$\dot{W}_{sh,A} = \dot{W}_{el} \cdot \eta_m = 8828 \text{ W} (0.91) = 8033 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_M = \dot{W}_{el} - \dot{W}_{sh,A} = 8828 - 8033 = \mathbf{795 \text{ W}}$$

c)

$$\eta_c = \eta_M \cdot \eta_D \rightarrow \eta_D = \frac{\eta_c}{\eta_M} = \frac{0.87}{0.91} = \mathbf{95.6\%}$$

d)

$$\dot{V}_1 = 6.4 \text{ m}^3/\text{s} \quad N_1 = 1150 \text{ rpm}$$

$$N_2 = N_1 \cdot \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = (1150) \left( \frac{6.0}{6.4} \right) = \mathbf{1078 \text{ rpm}}$$

e)

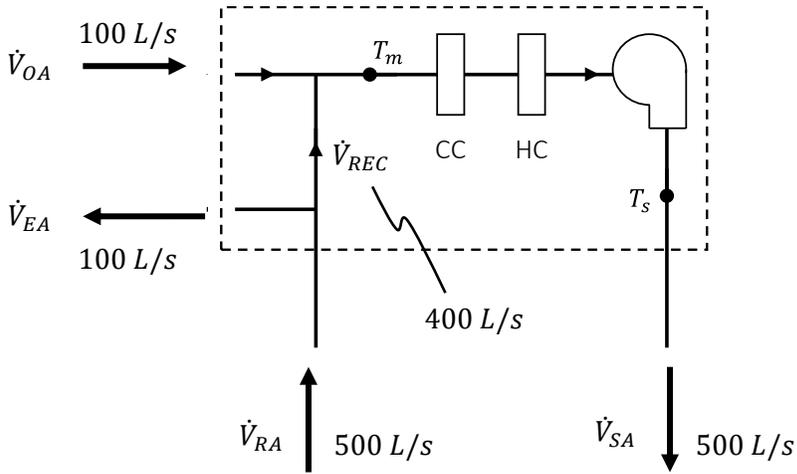
A la vitesse de fonctionnement initiale, la puissance de l'arbre du ventilateur est :

$$\dot{W}_{sh,B1} = \frac{\Delta P \cdot \dot{V}}{\eta_f} = \frac{(720 \text{ Pa})(6.4 \text{ m}^3/\text{s})}{(0.60)} = 7680 \text{ W}$$

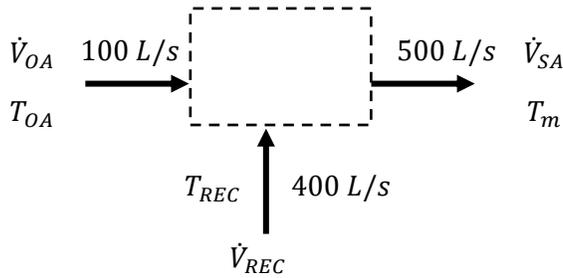
A la nouvelle vitesse :

$$\dot{W}_{sh,B2} = \dot{W}_{sh,B1} \cdot \left( \frac{N_2}{N_1} \right)^3 = (7680 \text{ W}) \cdot \left( \frac{1078}{1150} \right)^3 \approx \mathbf{6326 \text{ W}}$$

5. Les débits d'air dans le système sont les suivants



L'air circule dans la section de mélange :



Si le système fonctionne régulièrement, alors :

$$\sum \dot{E}_{in} = \sum \dot{E}_{out}$$

Bilan énergétique pour la section de mélange :

$$\dot{m}_{OA} \cdot h_{OA} + \dot{m}_{REC} \cdot h_{REC} = \dot{m}_{SA} \cdot h_m$$

$$\rho \cdot \dot{V}_{OA} \cdot h_{OA} + \rho \cdot \dot{V}_{REC} \cdot h_{REC} = \rho \cdot \dot{V}_{SA} \cdot h_m$$

En outre :

$$\dot{m}_{SA} = \dot{m}_{OA} + \dot{m}_{REC}$$

La densité de l'air étant considérée comme constante :  $\dot{V}_{SA} = \dot{V}_{OA} + \dot{V}_{REC}$

Il s'agit donc d'un bilan énergétique combiné à un bilan masse/volume :

$$\rho \cdot \dot{V}_{OA} \cdot h_{OA} + \rho \cdot \dot{V}_{REC} \cdot h_{REC} = \rho \cdot (\dot{V}_{OA} + \dot{V}_{REC}) \cdot h_m$$

$$\rho \cdot \dot{V}_{OA} \cdot h_{OA} - \rho \cdot \dot{V}_{OA} \cdot h_m = \rho \cdot \dot{V}_{REC} \cdot h_m - \rho \cdot \dot{V}_{REC} \cdot h_{REC}$$

$$\rho \cdot \dot{V}_{OA} \cdot (h_{OA} - h_m) = \rho \cdot \dot{V}_{REC} (h_m - h_{REC})$$

$$\cancel{\rho} \cdot \cancel{\dot{V}_{OA}} \cdot \cancel{c_p} \cdot (T_{OA} - T_m) = \cancel{\rho} \cdot \cancel{\dot{V}_{REC}} \cdot \cancel{c_p} \cdot (T_m - T_{REC})$$

$$\dot{V}_{OA} \cdot (T_{OA} - T_m) = \dot{V}_{REC} \cdot (T_m - T_{REC})$$

$$\dot{V}_{OA} \cdot T_{OA} - \dot{V}_{OA} \cdot T_m = \dot{V}_{REC} \cdot T_m - \dot{V}_{REC} \cdot T_{REC}$$

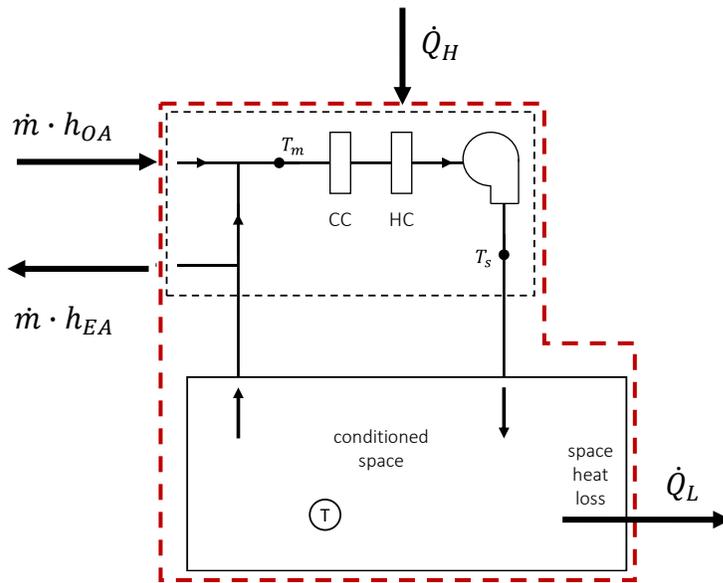
$$\dot{V}_{OA} \cdot T_{OA} + \dot{V}_{REC} \cdot T_{REC} = \dot{V}_{REC} \cdot T_m + \dot{V}_{OA} \cdot T_m$$

$$T_m = \frac{\dot{V}_{OA} \cdot T_{OA} + \dot{V}_{REC} \cdot T_{REC}}{\dot{V}_{OA} + \dot{V}_{REC}}$$

Il a donc fallu beaucoup de travail pour conclure que (avec les hypothèses utilisées) la température de l'air mélangé est la moyenne pondérée par le débit des deux températures du flux d'entrée !

$$T_m = \frac{(100) \cdot (-10) + (400) \cdot (21)}{100 + 400} = \mathbf{14.8^\circ C}$$

b) Considérer le système global comme un volume de contrôle :



Pour maintenir un état stable, le taux total de flux d'énergie entrant doit correspondre au flux sortant.

$$\dot{m}_{OA} \cdot h_{OA} + \dot{Q}_H = \dot{Q}_L + \dot{m}_{EA} \cdot h_{EA}$$

Les deux débits massiques sont identiques :

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_L + \dot{m}_{OA} \cdot (h_{EA} - h_{OA}) = \dot{Q}_L + \dot{V}_{OA} \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T_{EA} - T_{OA})$$

$$T_{EA} = 21^\circ\text{C} \quad (\text{l'air est évacué de l'espace climatisé})$$

$$T_{OA} = -10^\circ\text{C}$$

$$\rho \cdot c_p = 1.23 \text{ J/L} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_L = 5 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_L + \dot{V}_{OA} \cdot \rho \cdot c_p \cdot (T_{EA} - T_{OA})$$

$$= 5000 \text{ W} + \left(100 \frac{\text{L}}{\text{s}}\right) \left(1.23 \frac{\text{J}}{\text{L} \cdot ^\circ\text{C}}\right) (21 - (-10)^\circ\text{C}) = 5000 \text{ W} + 3183 \text{ W} = \mathbf{8113 \text{ W}}$$

c)

et le débit à travers le serpentin est de 500 L/s.

$$\dot{Q}_H = \dot{V}_{SA} \cdot \rho \cdot c_P \cdot (T_{SA} - T_M)$$

$$T_{SA} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{V}_{SA} \cdot \rho \cdot c_P} + T_M = \frac{8813}{(500)(1.23)} + 14.8 = \mathbf{29.1^\circ C}$$

d)

Pour qu'un dispositif marche-arrêt fournisse une puissance moyenne de 8,8 kW alors que sa puissance réelle est de 15 kW lorsqu'il est en marche (et de zéro lorsqu'il est à l'arrêt), il faut qu'il soit en mesure de fournir une puissance moyenne de 8,8 kW.

$$f_{on} = \frac{\bar{E}}{\dot{E}_{on}} = \frac{8.8}{15} = \mathbf{58.7\%}$$

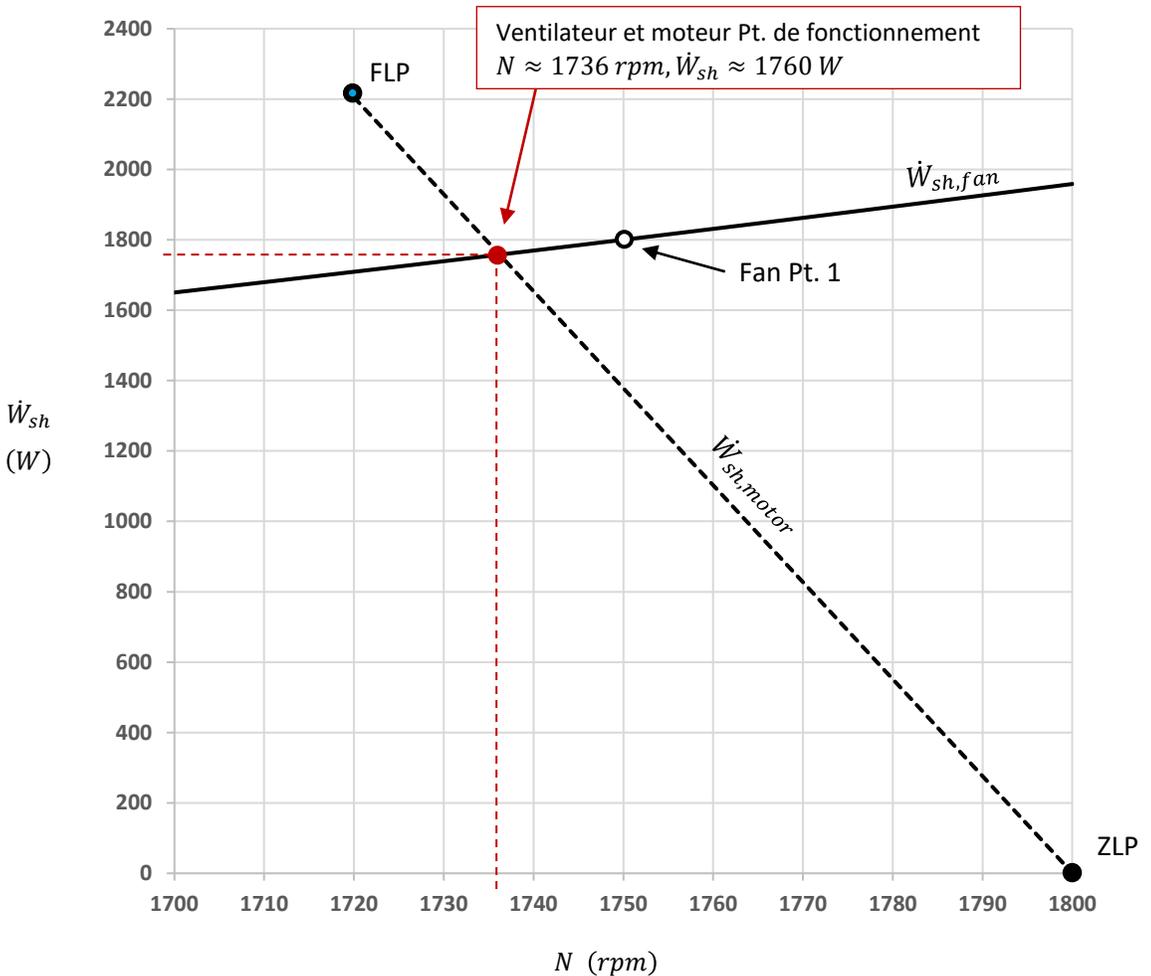
Examinons maintenant le fonctionnement de l'ensemble du système lorsqu'un moteur particulier est utilisé. Supposons que le moteur (à coupler au ventilateur) ait les caractéristiques indiquées ci-dessous :

Vitesse synchrone = 1800 tr/min	Rendement : {	pleine charge = 86,6%
Taille = "3 hp"		Charge de 75% = 87,7%
Vitesse nominale = 1725 tr/min		Charge de 50 % = 86,9
Couple nominal = 9.0 ft-lbs		Charge de 25% = 81.4%

Sur la base de la vitesse et du couple nominaux, la puissance à pleine charge est :

$$\dot{W}_{sh,FL} = \frac{\tau_{FL} \cdot rpm_{FL}}{5252} = \frac{(9) \cdot (1725)}{5252} = 2.956 \text{ hp} = 2205 \text{ W}$$

Le graphique ci-dessous montre la puissance du ventilateur et la puissance du moteur en fonction de la vitesse. Le point d'intersection indique la vitesse de fonctionnement à laquelle la puissance fournie par le moteur correspondrait à celle requise par le ventilateur - c'est le point de fonctionnement prévu.



Au point de fonctionnement prévu, les livraisons se font à l'adresse , ce qui permet de calculer le PLR :

$$PLR = \frac{\dot{W}_{sh}}{\dot{W}_{sh_{FL}}} = \frac{1760 \text{ W}}{2205 \text{ W}} = 80\%$$

Le rendement du moteur peut maintenant être estimé. Par interpolation linéaire entre les rendements nominaux fournis à 75 % et 100 % de charge, le rendement estimé à PLR = 80% est le suivant :

$$\eta \approx 87.5\%$$

La puissance d'entrée du moteur est donc la suivante :

$$\dot{W}_{el} = \dot{W}_{sh}/\eta = 1760 \text{ W}/0.875 = \mathbf{2011 \text{ W}}$$

De même, le débit du ventilateur fonctionnant à 1736 tr/min est de :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = (1.1 \text{ m}^3/\text{s}) \cdot \left( \frac{1736 \text{ rpm}}{1750 \text{ rpm}} \right) \approx \mathbf{1.09 \text{ m}^3/\text{s}}$$